

DIÁRIO DE PESQUISA CIENTÍFICA



# REVISTA SAMAYONGA

VOL. 2 N. 2 (2023)

ÁREAS

1

CIÊNCIAS TÉCNICAS

2

CIÊNCIAS DA EDUCAÇÃO

3

CIÊNCIAS MÉDICAS

ISSN 0504-0035



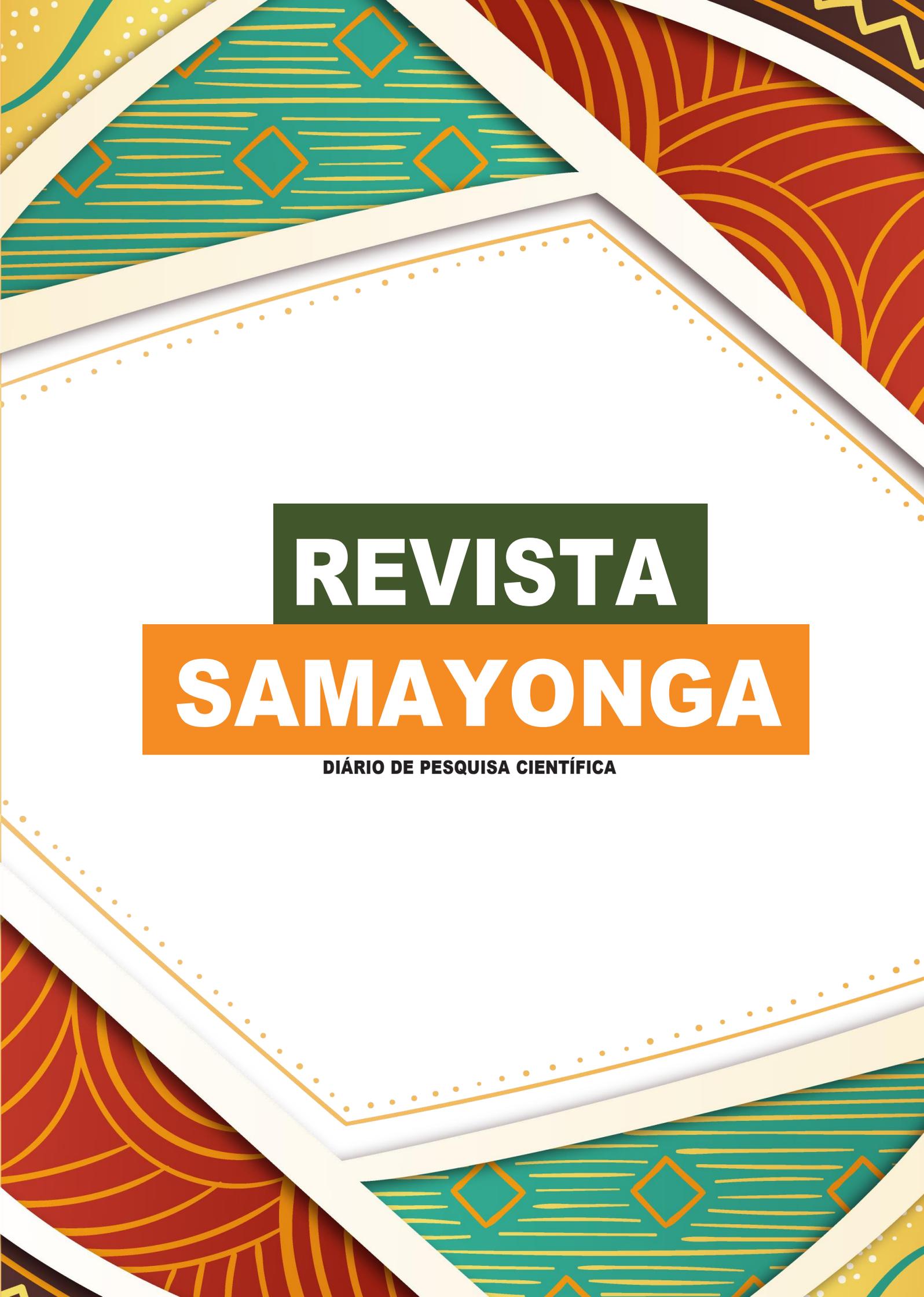
9 770504 003142



MWANA PWO EDITORA







**REVISTA**  
**SAMAYONGA**

**DIÁRIO DE PESQUISA CIENTÍFICA**

## **FICHA TÉCNICA**

### **Editor Chefe**

Dr. JORGE RUFINO

(Universidade Agostinho Neto, Universidade Jean Piaget de Angola)

### **Conselho editorial**

Presidente - Dr. C Francisca Manuela Martins Wille

(Universidade Jean Piaget de Angola)

Dr. C Vicente Eugenio León Hernández

(Universidade de Pinar del Rio)

Dr. C Albano Ferreira

(Universidade Katyavala Bwila)

Dr. C Filomena de Jesus Francisco Correia Filho Sacomboio

(Instituto Superior para as Tecnologias da Informação e Comunicação)

Dr. C Klaus- Dieter Gerhard Wille

Dr. C Ivan Machado

(Universidade de Santa Clara)

### **Revisão**

Msc. Imaculada Esperança Lourenço Domingos

(Universidade Jean Piaget de Angola)

### **Equipe Técnica**

Elias Clemente Gongga

Eng. Flávio Geremias Miguel Clemente

Fernando Kubuangueça Feliciano

### **Paginação & Designer**

Vanilson Cristóvão

**Revista técnico-científica Samayonga [recurso eletrônico].  
Vol. 2 N. 2 (2023) - Luanda.**

**Periodo: Semestral**

**1. Ciências Técnicas. 2. Ciência da Educação. 3. Ciências Médicas**

**REVISTA**

**SAMAYONGA**

**DIÁRIO DE PESQUISA CIENTÍFICA**





## BEM VINDO A REVISTA SAMAYONGA

*Estimado colegas*

A revista Samayonga que agora sai a segunda edição no mercado angolano académico e científico, vai continuar a preencher as grandes lacunas, que as produções e publicações se denominam.

A revista Samayonga vai continuar a ter como objectivo principal a divulgação de trabalhar com:

- Trabalho de fim do curso de licenciatura
- Trabalhos relacionados a pedagogia, sociologia e outros fins
- Investigação de projectos científicos e académicos das áreas da engenharia, medicina e pedagogia

A RICS conta com um corpo editorial de 12 membros, todos com bastantes experiências de mais 20 anos em educação superior na investigação em publicações em revista internacionais. As contribuições enviadas são submetidas a revisão a pares interna e externas e se garante a sua imparcialidade mediante a dupla cega. Os nossos corpos de árbitros fazem parte de uma rede de professores angolanos do ensino superior que podem recomendar com base na norma de revisão.

Neste quesito recomendamos que o envio dos trabalhos deve ser realizado por nosso e-mail: [secretariageral@ciap-samayonga.co.ao](mailto:secretariageral@ciap-samayonga.co.ao) assim como as normas devem ser consultada nas nossas páginas web: [www.ciap-samayonga.co.ao](http://www.ciap-samayonga.co.ao)

Esperamos que esta revista continue a poder preencher o grande vazio que Angola ainda tem no Ranking do mundo da ciência e da academia.

Luanda, aos 21 de Dezembro de 2023

O editor Chefe

Drº. Jorge Rufino



# **SUMÁRIO**

**04** EDITORIAL

**09** ARTIGOS

**11** ENSINO DA ANÁLISE COMBINATÓRIA ATRAVÉS DE PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS:  
CASO DOS ESTUDANTES DO 2º ANO DE FÍSICA DA ESCOLA SUPERIOR PEDAGÓGICA  
DO CUANZA NORTE



**ARTIGOS**



# Ensino da análise combinatória através de problemas contextualizados: caso dos estudantes do 2º ano de Física da Escola Superior Pedagógica do Cuanza Norte

<sup>1</sup>Amândio da Purificação Ferreira Valentim | <sup>2</sup>Paxe Nelson Cesareira de Amazonas

## RESUMO

O presente artigo traz uma alternativa metodológica para o ensino da análise combinatória, que consiste na implementação de uma intervenção no processo de ensino-aprendizagem nesta área de conhecimento, onde foram introduzidos fundamentos de modelagem matemática, através da resolução de problemas contextualizados nos estudantes do 2º ano do curso de Física da Escola Superior Pedagógica do Cuanza Norte (ESPECN). Os métodos utilizados foram, teóricos, empíricos e matemáticos. A metodologia é qualitativa, na modalidade de estudo de caso. As sessões da intervenção decorreram durante seis plenárias presenciais, sendo três teórico-práticas, onde apresentou-se os conceitos fundamentais do objecto de estudo, e três sessões práticas, reservadas

para apresentação, análise e resolução de problemas contextualizados, formulados pelos estudantes. Apresenta-se a descrição das sessões, mostrando os tópicos dos conteúdos abordados, metodologias utilizadas, objectivos de cada sessão plenária, e materiais de apoio. Os resultados indicam ter havido evolução no desenvolvimento de habilidades e competências na formulação e resolução de problemas contextualizados de análise combinatória, bem como na articulação com problemas do quotidiano. A análise combinatória requer uma atenção especial, pelo facto de estar revestida de um grau elevado de complexidade. O seu ensino combinado com a resolução de problemas pode responder às mais diversas situações que os estudantes enfrentam, o que torna o tema pertinente.

**Palavras-Chave:** Análise combinatória; Resolução de problemas; Problemas contextualizados.

## ABSTRACT

This article presents a methodological alternative for teaching combinatorial analysis, which consists of implementing an intervention in the teaching-learning process in this area of knowledge, where

fundamentals of mathematical modeling were introduced, through the resolution of contextualized problems in 2nd grade students. year of the Physics course at the Escola Superior Pedagógica do Cuanza Norte (ESPECN). The methods used were theoretical, empirical and mathematical. The methodology is qualitative, in the

<sup>1</sup> Mestre em Pedagogia do Ensino Superior, Assistente Estagiário da Escola Superior Pedagógica do Cuanza Norte, Angola; manogrande1972@gmail.com.

<sup>2</sup> Doutorado em Didáctica da Matemática, Professor Auxiliar da Escola Superior Pedagógica do Cuanza Norte; paxe1@ua.pt

form of a case study. The intervention sessions took place during six face-to-face plenary sessions, three of which were theoretical-practical, where the fundamental concepts of the object of study were presented, and three practical sessions, reserved for presentation, analysis and resolution of contextualized problems, formulated by the students. A description of the sessions is presented, showing the topics of content covered, methodologies used, objectives of each plenary session, and support materials.

The results indicate that there has been an evolution in the development of skills and competencies in the formulation and resolution of contextualized combinatorial analysis problems, as well as in articulation with everyday problems. Combinatorial analysis requires special attention, as it involves a high degree of complexity. Its teaching combined with problem solving can respond to the most diverse situations that students face, which makes the topic relevant.

---

**Keywords:** **Combinatorial Contextualized problems.**

---

**analysis; Problem solving;**

## INTRODUÇÃO

O uso da resolução de problemas vem ganhando cada vez mais espaço no trabalho docente educativo, por ser uma alternativa que pode ser adequada a qualquer área do saber. Segundo Freudenthal (1991), o seu enquadramento no ensino da Matemática torna-se muito eficaz, pelo facto de a Matemática ter uma abrangência em todos os sectores da sociedade. Apresenta-se neste artigo uma alternativa para que os estudantes possam resolver os problemas do seu quotidiano, tendo como base o ensino da análise combinatória, baseada na resolução de problemas. Para o efeito, os diversos conceitos foram trabalhados e contextualizados ao quotidiano dos estudantes.

A análise combinatória requer uma atenção especial, pelo facto de estar revestida de um grau elevado de complexidade, segundo Valentim (2022), o seu ensino combinado com a resolução de problemas, pode responder às mais diversas situações que os estudantes enfrentam no seu dia-a-dia. O tema está

enquadrado no conteúdo programático da unidade curricular: Cálculos de Probabilidades e Estatística, ministrado no 2º ano dos cursos de Ensino da Matemática e da Física, na Escola Superior Pedagógica do Cuanza Norte. Pareceu-nos ser indispensável fazer um estudo, para minimizar as dificuldades no processo de ensino-aprendizagem (PEA) da análise combinatória.

Levamos em consideração a importância e actualidade deste tema, uma vez que a análise combinatória está constantemente associada ao nosso dia-a-dia. Em algum momento, durante as nossas tarefas, deparamo-nos com muitas situações, cuja resolução pode ou passa necessariamente pelos métodos de contagem.

Fruto da observação do processo de ensino-aprendizagem na disciplina de Cálculos de Probabilidades, constatou-se algumas dificuldades na resolução de problemas contextualizados, dentre elas: dificuldades em distinguir uma permutação, arranjo ou combinação; limitações ao interpretar problemas que envolvem o princípio fundamental da

contagem; limitações em poder associar os diferentes agrupamentos à uma situação prática dia-a-dia; deficiências em poder observar os padrões e generalizar as soluções; resolução de poucos exercícios práticos com problemas e dificuldades em formular problemas de contexto.

A proposta visa oferecer, aos professores, alternativa metodológica para trabalhar com a resolução de

problemas nos aspectos ligados à análise combinatória. A integração dos problemas contextualizados no ensino da análise combinatória, para além de favorecer aprendizagem pragmática dos conteúdos matemáticos de forma geral e da problemática de forma específica, ao longo do (PEA), servem de elemento motivacional para os estudantes do curso de Física.

## AFUNDAMENTOS TEÓRICOS DA ANÁLISE COMBINATÓRIA

A sociedade impõe um desafio muito grande aos seus cidadãos, para que desenvolvam capacidades de analisar e propor soluções para problemas de forma prática e rápida. Autores como: Polya (1995); Dante (2010); Fonseca (2012); Alsina (2016), entre outros, abordaram a temática análise combinatória e resolução de problemas.

A análise combinatória (AC) é uma ferramenta que pode ajudar a capacidade de raciocínio. Segundo Fonseca, Fonseca, Santos, Sussuchi e Filho (2014), ensinar Análise Combinatória sempre foi um desafio para professores e encontrar formas diferenciadas de trabalhar esse conteúdo, é uma alternativa que pode alterar esta realidade. Gonçalves (2014) alinha no mesmo pensamento, ao afirmar que:

As dificuldades da análise combinatória não são somente por parte dos estudantes, mas também de professores, que muitas das vezes evitam leccionar os conteúdos em seus planeamentos e, quando eram obrigados a leccioná-los, o faziam de forma superficial, pois não tinham pleno domínio do conteúdo (p. 14).

Entende-se existir um problema conjuntural que deve ser motivado com o uso de resolução de problemas que envolvam situações vivenciadas pelos estudantes, de forma a tornar menos difícil a compreensão da Análise Combinatória.

Segundo Calisti (2016), o estudo da análise combinatória desenvolve o raciocínio lógico matemático do estudante, e quando trabalhado correctamente, faz com que ele consiga desenvolver diversas outras capacidades de resolução de problemas.

A aprendizagem da análise combinatória através de problemas que possam contextualizar o dia-a-dia do estudante parece ser a ferramenta mais propícia para que ele aprenda com motivação o que se quer ensinar. O ensino da matemática segundo Calisti (2016, p. 25), “deve estar vinculado com as situações vivenciadas pelos estudantes em sua vida quotidiana, isto é, trazendo-lhes sentido e fazendo-os analisar sobre a importância de se vivenciar a experiência de uma matemática contextualizada”.

A compreensão de alguns conceitos, como os de análise combinatória, resolução de problemas, problemas contextualizados, estratégias de ensino é necessária, para a compreensão da temática.

Conforme Polya (1995) a resolução de problemas assegura as condições necessárias para que o estudante possa se inserir e participar activamente na sociedade.

## PROBLEMAS CONTEXTUALIZADOS

Não existe uma definição certa para a palavra contextualizar, etimologicamente, contexto do latim "contextus", conjunto de circunstâncias à volta de um acontecimento ou de uma situação, logo, duas componentes são evidenciadas para definirmos problemas contextualizados: a primeira componente é a definição de problemas feita por Polya (1995), salientando que resolver um problema é quando o estudante precisa encontrar um caminho ou uma forma de contornar um obstáculo, através de métodos ou estratégias adequadas; a segunda componente é o contexto, que, segundo, Marques, Couto e Lima (2019) o termo contexto varia, uma vez que contextualizar é uma situação particular, onde o professor contextualiza tendo em conta as experiências, vivências e o interesses dos estudantes.

Para Polya a escola é o espaço de educação formal em que o aluno vivencia situações diversificadas, que favorecem o aprendizado e o diálogo com a comunidade e a resolução de problemas assegura as condições necessárias para que o estudante possa se inserir e participar activamente na sociedade. Desta forma, os estudantes poderão sentir-se motivados para a busca da solução dos variados problemas que afectam a comunidade, com recurso aos princípios combinatórios.

A prática de ensino com recurso à contextualização é actualmente muito recomendada e tem estado a ganhar cada vez mais espaço, Calisti (2016) salienta que é " importante fazer com que o indivíduo reflecta esse conhecimento como parte indispensável do seu contexto social, por isso, as aulas de Matemática devem fazer sentido e serem contextualizadas com a realidade de cada um" (p. 25).

Com base no exposto por Calisti, entende-se que problemas contextualizados são todos aqueles problemas cuja abordagem relaciona alguma situação que nos é familiar e que tenha algum significado na estrutura mental dos indivíduos.

## ESTRATÉGIAS DE RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS

Com o objectivo de melhorar ou dar mais recursos aos estudantes, desenvolveram-se várias estratégias, Bransford e Stein (1993) propõem outra estratégia, a chamada de IDEAL;

I- Identificação do problema. D - Definição e representação do problema.

E- Elaboração de possíveis estratégias. A - Actuação fundada nesta estratégia.

L- Lucros, observação, avaliação dos efeitos da actividade.

- **Orientação para o problema: compreensão do problema;**
- **Trabalho no problema: busca da ideia de solução, reflexão sobre os meios disponíveis para obter a solução, reflexão sobre a via de solução;**
- **Solução do problema: execução do plano de solução;**
- **Avaliação da solução e a via: comprovação da solução, reflexão sobre os métodos aplicados e a via.**

Após analisar as diferentes estratégias, assume-se para esta investigação a estratégia de Polya o caminho para a resolução de problemas contextualizados.

## METODOLOGIA

Espelemos nesse item o processo metodológico que foi desenvolvido na pesquisa, desde os métodos e técnicas empregues para a recolha de dados, caracterização do local da pesquisa, população, amostra, o tipo de amostragem, evidenciado antes, em curso e depois da intervenção, efectuada no processo de ensino-aprendizagem da Análise Combinatória.

A investigação teve 3 etapas, a primeira foi a de diagnóstico. Nela, procurámos caracterizar o ensino-aprendizagem da análise combinatória na ESPECN, com o

Após uma análise desta estratégia, constata-se que é baseado nas mesmas fases desenvolvidas por Polya, mas aparecem alguns termos não utilizados por esse autor, dentre eles princípios, regras, etc. “ é na sua essência o mesmo elaborado por Polya” (Ballester et all, 1992, p. 239). Consta de quatro fases fundamentais e para cada uma se estabelecem as tarefas principais:

intuito de podermos contextualizar o ensino do referido conteúdo, a segunda etapa consistiu na aplicação dos instrumentos, de forma a aferir qual o nível de conhecimento que os estudantes apresentam, em termos de resolução de exercícios que prevêm a AC, já a terceira etapa consistiu na implementação de uma intervenção no PEA da AC, conforme as etapas do desenvolvimento da investigação.

A intervenção foi dividida em 6 sessões de 2 horas cada e feita no formato presencial, foram também formados 4 grupos de

estudantes para tornar mais interactivas as discussões, o formato da intervenção passou por introduzir inicialmente os fundamentos teóricos, complementados por debates ou discussões na sessão, seguido com a orientação de uma tarefa a ser apresentada na sessão seguinte e repetido de forma sucessiva, logo, tivemos três sessões teórico-práticas e três práticas, conforme o desenho da intervenção.

A investigação foi de natureza qualitativa, na visão de Coutinho (2018), na investigação qualitativa as questões a serem investigadas são as intenções e as interações, ou seja, investigar

ideias, descobrir significados nas acções individuais e nas interações sociais a partir a perspectiva dos actores intervenientes do processo. Para Guerra (2014) sobre a abordagem qualitativa, coincidem com as de Coutinho, destacando como principal objectivo da abordagem qualitativa a compreensão do problema em estudo, interpretando-o segundo a perspectiva dos próprios sujeitos partícipes da situação, não existe a preocupação da representatividade numérica, generalizações estatísticas e relações lineares de causa e efeito.

A pesquisa caracteriza-se na modalidade de estudo de caso, Amado (2014), refere que:

(...) nos estudos de caso de investigação, a intenção do investigador vai para além do conhecimento desse valor intrínseco do caso, visando concetualizar, comparar, construir hipóteses ou mesmo teorizar; contudo, o ponto de partida desses processos é a compreensão das particularidades do caso ou dos casos em estudo, (Amado, 2014, p. 124).

As características enumeradas acima por Coutinho, Guerra e Amado encontram-se na pesquisa, ajustando-se ao objectivo da mesma. Os dados foram colectados directamente a partir da turma do 2º ano do curso de Física e em contexto de campo.

A população foi constituída pelos estudantes que frequentaram o 2º ano do curso de ensino da Física da ESPECN. A temática em análise faz parte do programa da Unidade Curricular Cálculos de Probabilidade Estatística, leccionada no 1º semestre, no referido curso. Escolheremos como amostra a totalidade da turma ou seja 100 % da população, evidenciando o tipo de amostragem não-probabilística

Quanto aos métodos, foram empregues o dedutivo, que segundo Gil, (2008, p.9) “é o que parte do geral e, a seguir, desce ao particular [...]”. Freixo (2009) corrobora

que raciocinar dedutivamente é partir de premissas gerais em busca de uma verdade particular, neste método, as conclusões são obtidas a partir das premissas, usando-se o raciocínio lógico. Este método facilitou a recolha de informações que serviram de fundamentação teórica do trabalho.

Também recorreu-se ao método indutivo que segundo Gil (2008) “procede inversamente ao dedutivo, parte do particular e coloca a generalização como um produto posterior do trabalho de recolha de dados particulares” (p. 10).

Optou-se por este método para efectuar a colecta de dados no sentido de obter informações a partir dos questionários, possibilitando assim a generalização de factos, através da análise da amostra e os seus resultados. A articulação do método indutivo com o dedutivo permitiu estabelecer generalizações com base no estudo bibliográfico sobre o processo de ensino-aprendizagem da análise

combinatória, o que permitiu chegar a uma conclusão sobre o problema em estudo

Para Anguera (1985), Amado (2014), Yin (2015), Coutinho (2018), o estudo de caso não deve ser considerado exclusivamente qualitativo. Ele pode envolver características quantitativas. Não obstante ter-se em conta o objecto de estudo de qualquer pesquisa científica e a metodologia empregue, o importante é não excluir os demais métodos, sendo que a junção de outras técnicas pode beneficiar a pesquisa. É nesta perspectiva

## METODOLOGIA DA INTERVENÇÃO

A metodologia da intervenção ou desenho da intervenção é na verdade uma alternativa metodológica que levamos a cabo nos estudantes do 2º ano do curso de Ensino da Física na ESPECN, ela foi dividido em 6 sessões de 2 horas cada e feita no formato presencial, foram também formados 4 grupos de estudantes para tornar mais interactivas as discussões. “A aprendizagem começa quando um grupo de pessoas com diversas expectativas, experiências, habilidades e ritmos de aprendizagem interagem” (Alsina, 2009, p. 119).

O formato da intervenção passou por introduzir inicialmente os fundamentos teóricos, complementados por debates ou discussões na sessão, seguido com a orientação de uma tarefa a ser apresentada na sessão seguinte e repetido de forma sucessiva, logo, tivemos três sessões teórico-práticas e três práticas.

que também foi necessário fazer recurso ao método estatístico – matemático, que segundo Prodanov e Freitas (2013), a aplicação deste método facilitou a selecção da população e do tipo de amostragem, assim como a análise, apresentação e discussão dos resultados da pesquisa.

Quanto as técnicas de recolha de dados, fez-se recurso, em primeiro momento, à pesquisa bibliográfica e ao questionário inicial, no segundo momento a observação participante, o diário de campo, a grelha de análise e o questionário final.

Autores como: Freudenthal (1991), Polya (1995), Dante (2010), Alsina (2009) e Amazonas (2021), suas obras facilitaram a melhor compreensão da resolução e contextualização dos problemas envolvendo a Análise Combinatória durante o período da intervenção. Dentre as principais temáticas trabalhadas, ressaltam os conceitos da análise combinatória, e resolução e formulação de problemas envolvendo PFC, permutações, arranjos e combinações. No final da intervenção, orientámos um trabalho que permitiu aferir as competências e as habilidades na formulação e resolução de problemas de contexto (RPC), que possam servir para a resolução de problemas no dia-a-dia dos estudantes.

## IMPLEMENTAÇÃO DA INTERVENÇÃO

**D**urante a intervenção no processo de ensino - aprendizagem da análise combinatória, os trabalhos foram desenvolvidos de forma presencial. Formou-se 4 grupos de estudantes para fortalecer a interacção entre os elementos e facilitar as tarefas orientadas para os trabalhos independente. Foi muito importante a estratégia de discussões em grupo com o fim de promover a reflexão.

A disposição dos estudantes foram postoslivros, artigos científicos, tésis, dissertações e manuais que abordam a temática em análise, onde os principais autores foram: Polya (1995) Alsina (2016), Amazonas, Neto e Arias (2015) Amazonas (2021) e UNESCO (1990). A seguir foram apresentadas as sessões com a descrição das actividades realizadas, em que destacámos alguns problemas que mereceram destaque:

### 1.ª Sessão

#### Objectivos:

Apresentar as linhas gerais da intervenção;

Compreender os conceitos de princípio fundamental da contagem e de factorial;

Desenvolver habilidades para resolver problemas que envolvem PFC e Factorial.

Metodologia: Método expositivo dialogado; Elaboração conjunta; trabalho em grupo.

Materiais utilizados: Projector; Diapositivos.

No começo da intervenção, os estudantes estavam muito expectantes sobre o conteúdo do tema em abordagem, não obstante maior parte deles já terem tido contacto com o conteúdo a nível da formação média. Inicialmente, notava-se um certo desencontro, alguns estudantes nem sequer sabiam o que é a AC, após a introdução dos fundamentos teóricos, foram propostos três problemas, cuja resolução foi baseada nos 4 passos de indicados por Polya (1995), conforme mostramos a seguir:

### Problemas modelos

**Problema 1.** A Direcção Nacional de Viacção e Tránsito pretende emitir novas matrículas para automóveis, e as mesmas devem incorporar 4 letras e 4 números. Quantas matrículas podem ser feitas?

Inicialmente, temos de, (i) compreender bem o enunciado, de formas a sabermos o que o problema nos solicita de concreto; (ii) nesta fase, temos de ver se, realmente, existe, na formulação, algo familiar ou semelhanças com problemas resolvidos anteriormente; (iii) estamos à busca de estratégias de resolução do problema. Devemos saber quantas são as possibilidades da numeração decimal e saber quantas letras tem o alfabeto, no caso

o alfabeto português. Se precisamos de 4 letras é porque temos 4 posições com 26 possibilidades cada. No caso de números temos 3 posições de 10 possibilidades; (iv) esta etapa resume-se na resolução de uma aplicação matemática correspondente, fazemos a revisão da solução e saber se ela responde ao problema formulado.

$$\text{Solução: } \frac{\text{Possibilidades}}{\text{posição}} \frac{26}{p1} \times \frac{26}{p2} \times \frac{26}{p3} \times \frac{26}{p4} \times \frac{10}{p1} \times \frac{10}{p2} \times \frac{10}{p3} = 456\,976\,000$$

Resposta: com 4 letras e 3 números, podem ser feitas 456 976 000.

**Problema 2.** Quantos pódios podem-se formar com as equipas do Girabola?

Para iniciar a resolução, (i) precisa-se, antes, de se fazer uma leitura aturada do enunciado do problema, com o intuito de se compreender o problema, concretamente saber o que se está pedir e procurar eventuais incongruências na linguagem; (ii) é necessário buscar, se existem semelhanças com problemas já resolvidos anteriormente, ou buscar aproximações de métodos empregues em problemas já resolvidos, que possam ajudar na resolução do problema actual.

Devemos também saber o significado da palavra pódio, aqui é a forma como as equipas preenchem as três primeiras posições, também é preciso saber quantas equipas estão no Girabola; (iii) deve-se lembrar alguns conceitos da AC para poder aperceber-se do tipo de agrupamento. Após a compreensão do significado de pódio, percebe-se que, neste caso, a ordem dos elementos é importante, e que quando isto acontece, estamos em presença de um arranjo; (iv) esta etapa resume-se na resolução de uma aplicação matemática correspondente, fazemos a revisão da solução e sabermos se ela responde ao problema formulado.

Solução: o Girabola é o Campeonato Angolano de Futebol e nele participam 16 equipas, logo temos

$$A_3^{16} \frac{16!}{(16-3)!} = \frac{16.15.14.13!}{13!} = 3\,360$$

Resposta: com as equipes do Girabola, podemos formar 3 360 pódios.

Objectivos:

Objectivos:

Desenvolver habilidades na resolução dos problemas que envolvem PFC e factorial.

Metodologia: Método expositivo dialogado; Elaboração conjunta; trabalho em grupo.

Materiais utilizados: Os mesmos utilizados na sessão anterior.

Esta sessão foi realizada no dia 3/12/21. Foram apresentados os problemas deixados como tarefa relacionados a PFC e o conceito de factorial. Nesta abordagem, verificou-se algumas insuficiências na formulação dos problemas, e na interpretação do PFC. Vale lembrar que, em função da complexidade do conteúdo e sendo o primeiro exercício do género, pode ser considerado normal.

## AFUNDAMENTOS TEÓRICOS DA ANÁLISE COMBINATÓRIA

O processo da análise de dados passou pelos seguintes estágios: análise de dados da observação

participante, análise da frequência de dados recolhidos através dos questionários; análise das produções dos grupos durante e depois da intervenção.

### PRODUÇÕES DOS ESTUDANTES ANTES DA INTERVENÇÃO

Os problemas a seguir foram extraídos dos questionários iniciais, onde somente 2 estudantes conseguiram formular os

problemas solicitados, os outros nem sequer tentaram, por isso, fizemos a seguinte análise:

### Figura nº 1. Produção dos estudantes antes da intervenção

Como é que podemos agrupar 3 rapazes com idades distintas?

Fonte: Estudantes do curso de Física do 2º ano da ESPECN

No problema da Figura 1, notámos que faltam alguns elementos de concordância em termos linguísticos. É muito importante que haja clareza na formulação dos problemas, para uma melhor compreensão no momento da resolução.

### Figura nº 2. Produção dos estudantes antes da intervenção

Quantas senhas podemos formar com algúns números?

Fonte: Estudantes do curso de Física do 2º ano da ESPECN

No segundo problema Figura 2, o estudante não indicou os números com os quais se pretende formar as senhas. De uma forma geral, os problemas foram formulados com algumas lacunas, o que não impediu de serem considerados como certos.

Grande parte dos estudantes manifestou problemas desde a identificação à resolução de problemas. Partindo do princípio de que quem não consegue identificar e resolver um exercício sistematizando a análise combinatória, dificilmente poderia formular um problema do género. Estas e outras dificuldades inerentes ao ensino da AC, deram origem ao desenho e a implementação de uma intervenção que favoreça a resolução de problemas contextualizados de análise combinatória.

## PRODUÇÕES DOS ESTUDANTES DURANTE A INTERVENÇÃO

A intervenção tinha como finalidade fazer com que os estudantes pudessem aprender a Análise Combinatória com recurso a problemas contextualizados, quanto às produções dos estudantes durante a intervenção, analisamos duas produções:

### Figura nº 3. Produção do grupo 3 na 3ª sessão da intervenção

Quantos códigos podemos formar de 3 números cada com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5 e 6?

Após a resolução dos problemas modelos na primeira sessão da intervenção, os estudantes ganharam alguma motivação, o que fez com que o problema da Figura 3 apresente uma estrutura aceitável em termos de formulação; ainda assim, alguns problemas foram quase que reprodução dos manuais; foi mais difícil trabalhar as estratégias de resolução, principalmente naqueles problemas que envolviam um número elevado de elementos ou de possibilidades.

Figura nº 4. Produção do grupo 3 na 2ª sessão da intervenção

Um amigo mostrou-me 10 livros diferentes sendo 5 de matemática, 3 de língua portuguesa e 2 de física, pediu-me que escolhesse dois deles com a condição que fossem de disciplinas diferentes. De quantas maneiras se pode fazer a escolha?

Resolução:

$$A = \frac{5}{\text{matemática}} \times \frac{3}{\text{Lín. portuguesa}} = 15$$

$$A = \frac{5}{\text{matemática}} \times \frac{2}{\text{física}} = 10$$

$$A = \frac{3}{\text{Líng. portuguesa}} \times \frac{2}{\text{física}} = 6$$

Finalmente, para determinarmos o número que estamos procurando, basta utilizarmos o princípio aditivo da contagem e determinarmos o número de elementos  $A \cup B \cup C$ . Como A, B e C, são dois a dois disjuntos, temos que  $n(A \cup B \cup C) = n(A) + n(B) + n(C) = 15 + 10 + 6 = 31$ , assim eu posso fazer a minha escolha de 31 maneiras diferentes.

O problema da Figura 4, na sua essência, foi bem formulado, relativamente a resolução verificou-se por parte dos estudantes, algum problema na interpretação e, conseqüentemente, na escolha do agrupamento a utilizar, verifica-se na figura, que os estudantes fizeram recurso ao princípio aditivo para a resolução do problema, embora, em alguns casos, através deste princípio, podiam obter resultados aproximados.

Face o nível de produção dos estudantes durante a intervenção, permitiram-nos concluir que, os estudantes ganharam habilidades e competências para a formulação e resolução de problemas contextualizados de AC, que possam servir de suporte na resolução de alguns problemas do seu dia-a-dia.

## PRODUÇÕES DOS ESTUDANTES DEPOIS DA INTERVENÇÃO

**A** Esta foi das fases mais importantes do período da intervenção. Assim sendo, apresentamos, algumas das produções finais dos estudantes que as analisaram em grupos:

Figura nº 5. Produção final do grupo 1 (Princípio fundamental da contagem)

Para celebrar o seu aniversário o Adilson convidou 15 amigos, sendo 10 rapazes e 5 raparigas.

Durante a festa o Adilson decide organizar uma competição de futebol salão (quadrangular) tendo sido formada equipas (A, B, C e D). sabendo que a equipa A saiu na terceira posição, quantas são As possibilidades para os dois primeiros lugares?

**Resolução:** temos 4 equipas, sendo que a equipa A ficou na 3ª posição, então restam simplesmente 3 equipas que podem ocupar os dois primeiros lugares, sendo assim pelo PFC temos:

$$\frac{3}{p1} \times \frac{2}{p2} = 6$$

Existem 6 possibilidades para os dois primeiros lugares.

Começando por analisar este problema Figura 5, respeitante ao PFC, temos de fazer as seguintes considerações: É um problema real; Usa uma pequena quantidade de elementos; Solução fácil de achar; A árvore da probabilidade é uma alternativa de resolução; A resposta do problema está correcta.

Os estudantes atingiram uma fase que se familiarizam com tipo de linguagem que, normalmente, se usa na resolução de problemas de AC. Segundo Marques, Couto e Lima (2019) esta é fase onde os estudantes constroem um dicionário de problemas, fixam os significados de expressões desconhecidas anteriormente.

Figura nº 6. Produção final do grupo 1 (Princípio fundamental da contagem)

Três estudantes do curso de Física do segundo ano têm três pares de chinelos. de quantas maneiras eles podem calçar?

Passos para a resolução

1. Leitura e interpretação; 2. Método; 3. Resolução do problema.

Formula:  $P_n = n!$

$P_3 = 3! = 3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ , logo eles podem calcar de 6 maneiras diferentes.

Este é o tipo de problema padrão com o qual trabalhamos muito durante as sessões, cuja resolução pode passar, necessariamente, pela escolha do algoritmo matemático, e pode ser entendido como uma permutação simples ou como um arranjo. Quanto à sua análise, temos a dizer o seguinte: problema real; de fácil compreensão; a resposta é correta e responde à formulação do problema.

Figura nº 7. Produção final do grupo 3 (Arranjos)

O novo presidente do Wakanda não está feliz com as cores da actual da bandeira do seu país, então ele decide trocá-las, foram escolhidas 10 cores que ao seu ver são as apropriadas. Passando em seguida as orientações para o artista (pintor).

A bandeira em questão tem 6 listras e em cada listra deve ser pintada com uma cor. De quantas formas pode se pintadas?

**Solução:**

Cada maneira de pintar a bandeira consiste de uma sequência de seis cores distintas (sequencia, porque as listras da bandeira estão numa ordem) escolhidas entre as 10 existentes. Logo, esse número de sequências procurado é:

$$A_6^{10} \times \frac{10!}{(10-6)!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4!}{4!} = 151\ 200$$

logo eles podem fazer a escolha de 151 200 maneiras.

Os problemas em análise compreende as Figuras 7, representando um arranjo. A solução desse problema envolve um número muito elevado de possibilidades, em termos de análise, temos as seguintes observações: Este é do tipo de problemas cuja linguagem tende a criar alguma ambiguidade na interpretação; Podemos considerar os problemas como sendo realistas, ou seja, representam uma situação imaginária; A resposta esta correcta e responde o problema formulado.

Polya (1995) afirma que os estudantes quando desafiados podem pôr em prática as suas capacidades inventivas, exercitando o trabalho mental, proporcionando novas experiências que elevam a capacidade de experimentar novas descobertas.

Figura nº 8. Produção final do grupo 4 (Combinações)

Em uma casa tem 10 meninos e 8 meninas, discute-se muito acerca do trabalho doméstico em casa, desta feita os pais pretendem formar grupos para evitar a confusão. De quantas maneiras os pais podem formar grupos de 4 irmãos, sendo 2 meninos e 3 meninas?

Resolução: os grupos diferem-se pelos irmãos e não pela ordem em que são agrupados, então cada grupo de uma combinação de 4 irmãos em que as escolhas dos meninos é dada por  $C_2^{10}$  e as meninas  $C_3^8$ , então o número de grupos é dado por  $C_2^{10} \cdot C_3^8$

$$C_2^{10} = \frac{10!}{2!(10-2)!} = \frac{10!}{2!8!} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8!}{2!8!} = 450 \quad C_3^8 = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8!}{6 \cdot 5!} = \frac{8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5!}{6 \cdot 5!} = 56$$

$450 \times 56 = 25\ 200$ , os pais podem formar os grupos de 25 200 maneiras diferentes.

O problema da Figura 8, foi correctamente formulado. O mesmo envolve um número elevado de possibilidades de elementos, o que acarreta uma certa ambiguidade na interpretação. Este é um problema típico de combinações, é realista que indica uma situação imaginária; quanto à resposta, está correcta e tem relação com o problema formulado; foi empregue a estratégia adequada.

## RESULTADOS DA AVALIAÇÃO DA INTERVENÇÃO

A avaliação do impacto da intervenção, após as sessões, para aferirmos se houve inversão do quadro em relação ao início. A avaliação que fizemos baseou-se num questionário pós-intervenção, onde foram agrupadas as perguntas por categorias, foram, também, recolhidas contribuições e sugestões que nos ajudaram a compreender a satisfação dos estudantes em relação à intervenção.

Serão objeto de análise alguns dos resultados da avaliação da intervenção que fizeram parte da investigação, mediante quadros que espelham, clareza e fácil compreensão:

**Quadro nº 1.** Importância da resolução de problemas contextualizados

	<b>Frequência</b>	<b>Porcentual</b>	<b>Porcentagem válida</b>	<b>Porcentagem acumulativa</b>	
Válido	Mais ou menos	3	10,3	10,3	10,3
	Importante	8	27,6	27,6	37,9
	Muito importante	18	62,1	62,1	100,0
	Total	29	100,0	100,0	

Fonte: Autor

A finalidade do Quadro nº 1 é a de conhecermos o grau satisfação dos estudantes em relação a RPC. Vamos destacar que 18 (62,1%) dos estudantes afirmaram ser muito importante a temática, adicionado aos 8 (27,6) dos estudantes que consideram importante, registando-se, em termos de percentagem acumulada, 89,7%. Quanto ao grau de satisfação dos estudantes, Freire (1987) diz que para que uma aprendizagem seja efectiva, as temáticas devem ser problematizadas, atendendo aos aspectos socioculturais.

**Quadro nº 2.** Como avalia os métodos empregues na formação?

		<b>Frequência</b>	<b>Porcentual</b>	<b>Porcentagem válida</b>	<b>Porcentagem acumulativa</b>
Válido	Péssimos	2	6,9	6,9	6,9
	Bons	20	69,0	69,0	75,9
	Muito bons	7	24,1	24,1	100,0
	Total	29	100,0	100,0	

Fonte: Autor

Os métodos de ensino são das ferramentas mais importantes no PEA, quando adaptados aos objectivos da temática, os resultados tendem a ser satisfatórios. O quadro nº 2 é prova evidente dessa satisfação, na medida em que, 20 (69%) dos estudantes afirmam que os métodos empregues foram bons, e 7 (24,1%) dos estudantes acharam muito bom. Embora 2 (6,9%) dos estudantes tenham avaliado como sendo péssima. As diferenças constatadas, estatisticamente, são muito significativas, demonstrando que os estudantes fizeram um óptimo proveito dos métodos que foram postos à sua disposição.

## CONSIDERAÇÕES FINAIS

O quadro teórico demonstrou que a análise combinatória é uma temática com muita relevância. É uma ferramenta que ajuda na capacidade de raciocínio. O seu ensino, combinados com problemas contextualizados, constitui uma alternativa de ensino que concorre para a aprendizagem significativa.

Durante a intervenção, os estudantes formularão e resolverão vários problemas contextualizados de análise combinatória. Foram abordados conteúdos relacionados com as estratégias de resolução de problemas e a sua contextualização no âmbito de Educação da Matemática Realista, apresentados por Hans Freudenthal e seus seguidores.

Portanto, esta investigação proporcionou, aos estudantes do 2º ano do curso de Física da ESPECN, conhecimentos e habilidades para que, a partir de problemas contextualizados de análise combinatória, possam resolver alguns dos problemas do seu dia-a-dia.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**Abdo Najjar, E., Araújo Alves, L., (2009).** Competências e habilidades para pesquisa em alunos de graduação de terapia ocupacional, vol.14, 145-149. Retrieved 16 de Março de 2018, from <http://www.cienciasecognicao.org>.

**Camacho, A., Tavares, A. (2014).** O Nosso Dicionário. Plátano Editor. Luanda – Angola.

**Catálogo de Trabalho de Fim de Curso em Ciências da Educação. (2017).** Biblioteca do Instituto Superior de Ciências da Educação do Cuanza-Sul da Universidade Katyavala Bwila.

**CERVO, A, L-ERVIAN, P, A. (2007).** Metodología Científica Retrieved 2 de Outubro de 2017, from <https://www.passeidireto.com/>.

**Chizzotti, A. (1991).** Pesquisa em Ciências Humanas e Sociais, 2. ed. São Paulo: Cortez. Retrieved 6 de Novembro de 2017, from: <http://www.sapiens.com/CASTELLANO/articulos.nsf/Cultural/>.

**De Magalhães Cordeiro, M.H.T. (2005).** Manual de Trabalho de Conclusão do Curso - TCC MANAUS – AM. Retrieved 2 de dezembro de 2017, from <http://www.sapiens.com/CASTELLANO/articulos.nsf/Cultural/>.

Diário da República Órgão Oficial da República de Angola, sexta-feira 7 de Outubro de 2016.

**Diniz, F. P. (2016).** Material sobre o Historial do ISCED do Cuanza-Sul entre 2000 – 2016 investigações não publicadas.

**Frangueira, A., Corrente, D. (2010).** Sistema de Actividades para Desenvolvimento das Habilidades Investigação da História Universal nos Alunos da 11ª e 12ª Classe. da Escola do I Ciclo do Ensino Secundário do Sumbe, Universidade Katyavala Buila, Trabalho de Licenciatura, Sumbe.

<https://www.significados.com.br/monografia>. Acedido ao 16 de Janeiro de 2018.?

**Kiala, L. (2017).** Material de Seminário Especializado. Fasciculo de apoio á disciplina de Seminário especializado no curso de História no I semestre do 4º ano, investigação não publicada.

**Maria, P., (2009).** Habilidades Investigativas no Ensino Fundamentado em Modelagem. Retrieved 16 de Março de 2018, from <http://lib.myilibrary.com?ID=60159>.

**NÉRICI, I, G. (1978).** A prática pedagógica em supervisão escolar - UNIARAXÁ, retrieved 2 de Outubro de 2017, from [www.uniaraxa.edu.br/ojs/index.php/evidencia/article/](http://www.uniaraxa.edu.br/ojs/index.php/evidencia/article/) .

**Regulamento dos Trabalhos de Fim de Curso de licenciatura da FCS/UAN. (2011).** Retrieved 2 de Outubro de 2017, from [www.fduan.ao//REGULAMENTO-DOS-TRABALHOS-DE-FIM-DE-CURSO.pdf](http://www.fduan.ao//REGULAMENTO-DOS-TRABALHOS-DE-FIM-DE-CURSO.pdf).



MWANA PWG EDITORA

